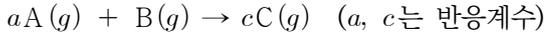


1. 주장: 2017년 7월 학력평가 화학 I 19번은 명백한 <출제오류>이다.

2. 문제

다음은 A와 B가 반응하여 C를 생성하는 화학 반응식이다.



표는 n 몰의 A(g)에 B(g)의 몰수를 달리하여 실린더에서 반응시켰을 때, 기체의 반응 전 밀도에 대한 반응 후 밀도 비($\frac{d_{\text{반응 후}}}{d_{\text{반응 전}}}$)를 넣어 준 B의 몰수에 따라 나타낸 것이다.

B의 몰수	1	3	4
$\frac{d_{\text{반응 후}}}{d_{\text{반응 전}}}$	$\frac{5}{4}$	x	$\frac{4}{3}$

$\frac{n}{a} \times x$ 는? (단, 온도와 압력은 일정하다.) [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{7}{5}$ ④ 2 ⑤ $\frac{14}{5}$

3. 인천광역시교육청의 해설

기체 A와 B가 반응했을 때, 반응 전과 후의 밀도 비($\frac{d_{\text{반응 후}}}{d_{\text{반응 전}}}$)는 몰수 비와 반비례한다.

B의 몰수가 1일 때, B가 모두 소모되면,

	aA	+	B	\rightarrow	cC
반응 전	n		1		0
반응	$-a$		-1		$+c$
반응 후	$n-a$		0		c

$n=4$ 이고, $a=c$ 이다.

B의 몰수가 4일 때, B가 모두 소모되면,

	aA	+	B	\rightarrow	cC
반응 전	4		4		0
반응	$-4a$		-4		$+4a$
반응 후	$4-4a$		0		$4a$

반응 전과 후의 밀도 비는 2이므로 B가 4몰일 때는 A가 모두 소모된다. 따라서 $a=2$ 이다.

	aA	+	B	\rightarrow	cC
반응 전	4		3		0
반응	-4		-2		$+4$
반응 후	0		1		4

이므로 B가 3몰이면 밀도 비($\frac{d_{\text{반응 후}}}{d_{\text{반응 전}}}$)는 $\frac{7}{5}$ 이다.

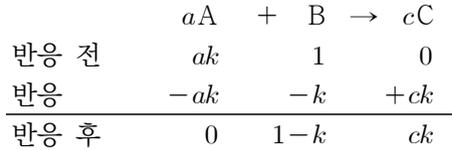
따라서 $\frac{n}{a} \times x = \frac{14}{5}$ 이다.

4. 해설의 부정확성

4-1. B의 몰수가 1일 때, 모두 소모된 물질(이하 한계반응물)을 확정하는 논리적 필연성 부족

실제로 B의 몰수가 1일 때의 한계반응물을 A라고 두었을 때 모순이 발생한다는 것을 확인할 수는 있다. 하지만, 해설지에서는 단순히 ‘한계반응물이 B일 때’만을 가정하고 있으며 ‘한계반응물이 A일 때’는 확인하지 않아 논리적 필연성과 정합성이 결여되어 있다.

B의 몰수가 1일 때의 한계반응물을 A라고 두었을 때 어떻게 모순이 발생하는지 확인해 보자.



$$(ak+1):(1-k+ck)=5:4$$

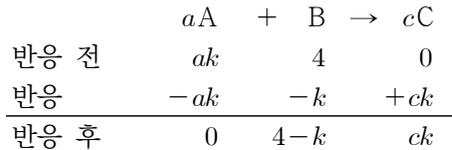
$$5-5k+5ck=4ak+4$$

$$5(c-1)k=4ak-1$$

$$(c-1)k=\frac{4ak-1}{5}$$

$$(4a-5c+5)k=1$$

B의 몰수가 1일 때의 한계반응물이 A라면, B의 몰수가 4일 때의 한계반응물도 A가 되어야 하므로



$$(ak+4):(4-k+ck)=4:3$$

$$16-4k+4ck=3ak+12$$

$$4(c-1)k=3ak-4$$

$$(c-1)k=\frac{3ak-4}{4}$$

$$\therefore \frac{4ak-1}{5}=\frac{3ak-4}{4}$$

$$16ak-4=15ak-20$$

$ak=n=-16$ 이므로 $n>0$ 이라는 공리에 모순이 발생한다는 것을 알 수 있다.

4-2. $(n+1):(n-a+c)=5:4$ 에서 $n=4$ 임을 확정할 수 있는 근거가 없음

교육청에서는 어떠한 근거로 $(n+1):(n-a+c)=5:4$ 에서 $n=4$ 가 도출되는지 설명하지 않았다. 이에 대해 일부 기출문제집 해설서에서는 a 와 c 가 자연수임을 근거로 $n+1=5$, $n-a+c=4$ 임을 확정할 수 있다고 주장하는데, a 와 c 의 자연수 조건만을 이용하여 이를 확정할 수는 없다. 이에 대한 반례는 아래 5에서 다룰 예정이다.

5. 출제오류임이 명백한 이유 (from 4-2)

이 문제가 결정적으로 《출제오류》인 이유는 교육청에서 ‘유일’하다고 생각하는 $(a, c, n) = (2, 2, 4)$ 외에도 다른 (a, c, n) 이 존재하기 때문이다. 이를 유도하기 위해서는 다소 복잡한 식 계산이 필요하다.

$$(n+1) : (n-a+c) = 5 : 4$$

$n+1 = 5k, n-a+c = 4k$ 라고 두자.

$$n = 5k - 1 \text{ 이므로 } 5k - 1 - a + c = 4k$$

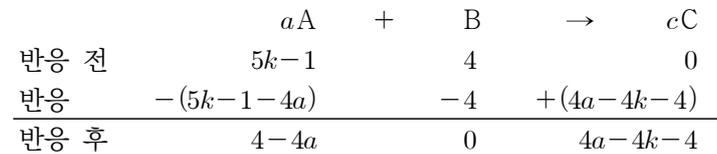
$$\therefore a - c = k - 1$$

‘반응식의 계수는 모두 자연수이다’라는 공리에 의해, $a - c$ 는 정수이다. 따라서 k 는 정수이다.

$n \geq 0$ 이 되기 위해서는 $k > 0$ 이 되어야 한다. 따라서 k 는 자연수이다.

$c = a - k + 1$ 이므로, $aA(g) + B(g) \rightarrow cC(g)$ 의 반응비는 $a : 1 : (a - k + 1)$ 이다.

B의 몰수가 4일 때, B가 한계반응물이라고 가정해보자.

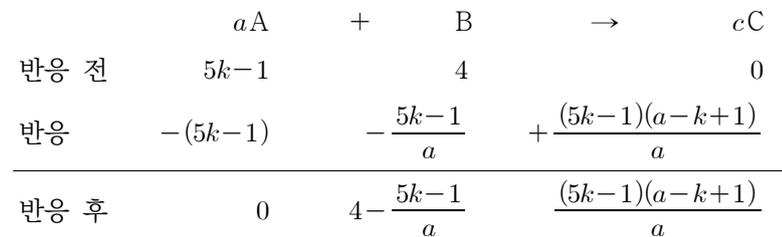


$$(5k+3) : (k+3) = 4 : 3$$

$$4k+12 = 15k+9$$

$$k = -\frac{3}{11} \text{ 이므로 모순이다.}$$

따라서 B의 몰수가 4일 때, A가 한계반응물이다.



$$(5k+3) : \left\{ \frac{(5k-1)(a-k)}{a} + 4 \right\} = 4 : 3$$

$$a(5k+3) : \{ (5k-1)(a-k) + 4a \} = 4 : 3$$

$$(20k-4)(a-k) + 16a = 3a(5k+3)$$

$$20ak - 20k^2 - 4a + 4k + 16a = 15ak + 9a$$

$$5ak + 3a = 20k^2 - 4k$$

$$a = \frac{20k^2 - 4k}{5k+3} = 4k - \frac{16k}{5k+3}$$

$$= 4k - \frac{16}{5} + \frac{48}{5k+3} = 4k + \frac{1}{5} \left(\frac{48}{5k+3} - 16 \right)$$

a 와 k 가 자연수이므로, $\left(\frac{48}{5k+3} - 16 \right)$ 이 5의 배수가 되어야 한다.

따라서 $\frac{48}{5k+3} = 5l - 4$ (l 은 자연수)로 나타낼 수 있다.

$$(5k+3)(5l-4) = 48$$

k	$5k+3$	$5l-4$	l
1	8	6	2
2	13	(X)	
3	18	(X)	
4	23	(X)	
5	28	(X)	
6	33	(X)	
7	38	(X)	
8	43	(X)	
9	48	1	1

$k=1$ 일 때, $n=5-1=4$, $a=\frac{20-4}{5+3}=2$, $c=2$,

$k=9$ 일 때, $n=5\times 9-1=44$, $a=\frac{20\times 81-4\times 9}{5\times 9+3}=33$, $c=33-8=25$

$(a, c, n)=(33, 25, 44)$ 를 다시 B의 몰수가 1일 때와 4일 때 대입해서 검산해보자.

	33A	+	B	→	25C		33A	+	B	→	25C
반응 전	44		1		0	반응 전	44		4		0
반응	-33		-1		+25	반응	-44		$-\frac{4}{3}$		$+\frac{100}{3}$
반응 후	11		0		25	반응 후	0		$\frac{8}{3}$		$\frac{100}{3}$

$45:36=5:4$ 이고 $48:\frac{108}{3}=48:36=4:3$ 이라는 것을 확인할 수 있다.

이제 x 를 구하기 위해 B의 몰수가 3일 때를 확인해보자.

	33A	+	B	→	25C
반응 전	44		3		0
반응	-44		$-\frac{4}{3}$		$+\frac{100}{3}$
반응 후	0		$\frac{5}{3}$		$\frac{100}{3}$

$47:\frac{105}{3}=47:35$ 이므로, x 는 $\frac{47}{35}$

$\therefore \frac{n}{a}\times x=\frac{44}{33}\times\frac{47}{35}=\frac{188}{105}$

이 숫자는 선지에 나와 있지 않지만, 선지에 나와 있지 않다는 이유만으로 문제의 정답이 될 수 없는 것은 아닙니다. $(a, c, n)=(33, 25, 44)$ 가 ‘문제의 모든 조건을 만족시키기’ 때문입니다.

6. 결론: 이 문제는 《출제오류》이다.